ნანა ჯაფარიძე
ნანი წულაია
მაია წილოსანი

მათემატიკა

9

მოსწავლის წიგნი • ნაწილი I

გრიფმინიჭებულია საქართველოს განათლებისა და
მეცნიერების სამინისტროს მიერ 2021 წელს.

სულაკაურის
გამომცემლობა

შინაარსი

როგორ ვისარგებლოთ წიგნით

წიგნზე მუშაობა რომ გაგიადვილდეს, მიზანშეწონილად მივიჩნიეთ, გაგაცნოთ წიგნის აგებულება.

წიგნი შედგება თავებისგან, თითოეული თავი კი – პარაგრაფებისგან. ყოველ თავში მოცემულია ერთი ან ორი „ტესტი თვითშემოწმებისთვის“. ტესტზე მუშაობა დაგეხმარება, შეამოწმო, რამდენად კარგად აითვისე განვლილი მასალა, რა გიჭირს, რა საკითხებზე უნდა გაამახვილო ყურადღება. წიგნში ზოგიერთი პარაგრაფის ბოლოს შეხვდები რუბრიკებს:

„პროექტი დამოუკიდებელი კვლევისთვის“ – მის შესასრულებლად დაგჭირდება ინფორმაციის მოძიება (ცნობარებში, სხვადასხვა სახის ლიტერატურაში, ინტერნეტში) და საპრეზენტაციო თემის წარმოდგენა.

„ეს საინტერესოა“ გაგაცნობს საინტერესო ფაქტებსა და თეორიებს მათემატიკის შესახებ.

წიგნში განმარტებები, თვისებები, ფორმულები, ზოგიერთი საჭირო დასკვნა ფერად ფონზე ან ჩარჩოშია მოცემული.

ყოველ პარაგრაფში შეხვდები ამ ნიშნებს:

* – შედარებით რთული ამოცანა;

? – უმარტივესი კითხვები, რომლებსაც ახალი მასალის ახსნის პროცესში თავად უნდა უპასუხო.

– წყვილებში სამუშაო

– საკონტროლო კითხვები

– ტესტი თვითშემოწმებისთვის

– რუბრიკა „ეს საინტერესოა“

– კომპლექსური დავალება

– ჯგუფური მეცადინეობა

– სავარჯიშოები

– ტესტი

– მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის

წიგნის ბოლოს მოცემულია საგნობრივი საძიებელი, მათემატიკური ნიშნების ცხრილი, ზომის ერთეულების ჩამონათვალი და სავარჯიშოების პასუხები.

გაუფრთხილდი წიგნს!
ნუ ჩაწერ წიგნში!

გისურვებთ წარმატებებს!

სიმრავლე

- საგნებს, რომელთა ერთობლიობასაც სიმრავლე წარმოადგენს, სიმრავლის ელემენტები ეწოდება. მაგალითად A სიმრავლე, რომლის ელემენტებია a; b; c, აღინიშნება A={a;b;c}-ით.

  M={2; 4; 8; 15} – სასრული სიმრავლე

  N={1; 2; 3; 4; ….} – უსასრულო სიმრავლე

  $2 \in M$ – იკითხება: 2 არის M სიმრავლის ელემენტი

  $7 \notin M$ – 7 არ არის M სიმრავლის ელემენტი

- ორ, A და B სიმრავლეს უწოდებენ ტოლს, თუ ისინი შედგებიან ერთი და იმავე ელემენტებისგან.

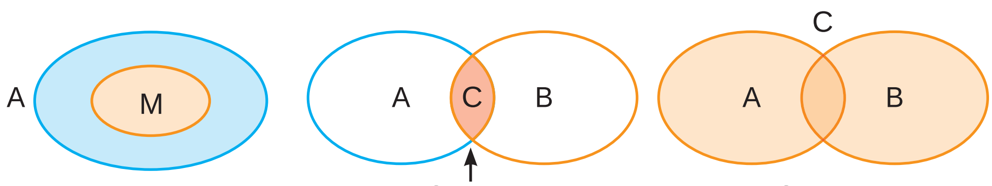
  A={a; b; c}, B={c; a; b}, მაშინ A=B.

- სიმრავლე, რომელიც არ შეიცავს არცერთ ელემენტს, ცარიელი სიმრავლეა და აღინიშნება $\varnothing$ სიმბოლოთი.

- M სიმრავლეს A სიმრავლის ქვესიმრავლეს უწოდებენ, თუ M სიმრავლის ყოველი ელემენტი A სიმრავლის ელემენტიცაა. აღინიშნება $M \subset A$.

- A და B სიმრავლეთა თანაკვეთა ისეთი სიმრავლეა, რომელიც შედგება A და B სიმრავლეების ყველა საერთო ელემენტისგან და აღინიშნება $A \cap B$.

- A და B სიმრავლეთა გაერთიანება ეწოდება სიმრავლეს, რომელიც შედგენილია იმ ელემენტებისგან, რომლებიც ეკუთვნიან A და B სიმრავლეებიდან ერთს მაინც (A ან B სიმრავლეს). აღინიშნება $A \cup B$.



$M \subset A$ $C = A \cap B$ $C = A \cup B$

რიცხვით სიმრავლეთა აღნიშვნები:

N – ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე

Z – მთელ რიცხვთა სიმრავლე

Z^+ – დადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლე

Z_0^+ – არაუარყოფით მთელ რიცხვთა სიმრავლე

Z^- – უარყოფით მთელ რიცხვთა სიმრავლე

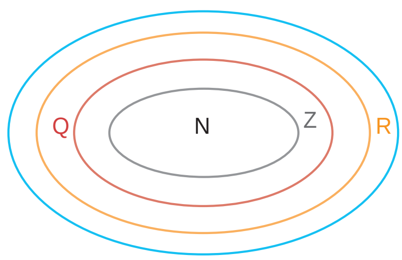
Z_0^- – არადადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლე

Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე

I – ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე

R – ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე

$N \subset Z \subset Q \subset R$



გამონათქვამი

- გამონათქვამი არის თხრობითი წინადადება, რომლის მიმართაც აზრი აქვს იმის თქმას – ჭეშმარიტია იგი თუ მცდარი.

  მაგ. $5>2$ ჭეშმარიტი გამონათქვამია.

  $x^2-7>3$ გამონათქვამი არ არის, რადგან იგი x-ის ზოგიერთი მნიშვნელობისთვის ჭეშმარიტია, ზოგისთვის კი – მცდარი.

  ორი α და β გამონათქვამისაგან „და“, „ან“ კავშირების საშუალებით შეიძლება შევადგინოთ რთული გამონათქვამი, „α და β“, „α ან β“.

α	β	α და β
ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	მ
მ	ჭ	მ
მ	მ	მ

α	β	α ან β
ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	ჭ
მ	ჭ	ჭ
მ	მ	მ

„ჭ“- ჭეშმარიტი,
„მ“- მცდარი

- A გამონათქვამის საწინააღმდეგო გამონათქვამი აღინიშნება $\overline{A}$-ით. A გამონათქვამი და მისი საწინააღმდეგო გამონათქვამი არ შეიძლება იყოს ერთდროულად მცდარი ან ერთდროულად ჭეშმარიტი.

  A: $5>7$, მაშინ $\overline{A}$: $5\leq 7$

A	$\overline{A}$
ჭ	მ
მ	ჭ

  მოცემული გამონათქვამის საწინააღმდეგო გამონათქვამი რომ მივიღოთ, საჭიროა შემასმენლის წინ დავწეროთ ნაწილაკი „არა“ ან, თუკი ასეთი ნაწილაკი უკვე არის – მოვაშოროთ იგი.

გამოსახულება, გამოსახულების გამარტივება

- ცვლადის შემცველ გამოსახულებას, რომელშიც ცვლადის მიმართ სრულდება მხოლოდ შეკრების, გამოკლების, გამრავლების ან ნატურალურ ხარისხში ახარისხების ოპერაციები, მთელი გამოსახულება ეწოდება.
- გამოსახულება, რომელიც შეიცავს გაყოფას ცვლადიან გამოსახულებაზე, წილადური გამოსახულებაა.
- მთელი და წილადური გამოსახულება რაციონალური გამოსახულებაა.

რაციონალური გამოსახულება

მთელი გამოსახულება: $2a^2+7x^2$; $m-\frac{x}{3}$

წილადური გამოსახულება: $3+\frac{5x-7}{x^2-5}$; $\frac{2m}{3n}$

ხარისხი მთელი მაჩვენებლით

თუ $n>1, n\in N, a\in R$, მაშინ $a^n=\overbrace{a\cdot a\ldots a}^{n\text{-ჯერ}}$;

თუ $n=1, a\in R$, მაშინ $a^1=a$;

თუ $n=0, a\neq 0$ მაშინ $a^0=1$;

თუ $n\in Z^-, a\neq o$, მაშინ $a^n=\frac{1}{a^{-n}}$

თუ $n\leq 0$, მაშინ 0^n გამოსახულებას არ აქვს აზრი

თვისებები: $m,n\in Z$, $ab\neq 0$;

მაშინ $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$; $\quad a^m\cdot b^m=(ab)^m$

$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$; $\quad \frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m$.

$(a^m)^n=a^{mn}$;

- რიცხვის სტანდარტული სახე ეწოდება მის $a\cdot 10^n$ ჩანაწერს, სადაც $1\leq a<10, n\in Z$. n-ს სტანდარტული სახით ჩაწერილი რიცხვის რიგს უწოდებენ.

შემოკლებული გამრავლების ფორმულები:

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

კვადრატული ფესვები

- კვადრატული ფესვი a რიცხვიდან არის ის x რიცხვი, რომლის კვადრატიც a-ს ტოლია.

- არითმეტიკული კვადრატული ფესვი a რიცხვიდან ეწოდება იმ არაუარყოფით x რიცხვს, რომლის კვადრატი a-ს ტოლია. **არითმეტიკული კვადრატული ფესვი a რიცხვიდან აღნიშნება $\sqrt{a}$-თი.**

$\sqrt{a}=x$ ნიშნავს $\begin{cases} a\geq 0 \\ x\geq 0 \\ x^2=a \end{cases}$

თვისებები:

$(\sqrt{a})^2=a$

$\sqrt{a^2}=|a|$

ნებისმიერი $a;b\geq 0$-თვის, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$;

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}},\ b>0;\ a\geq 0$$

თუ $a_1>a_2\geq 0$, მაშინ $\sqrt{a_1}>\sqrt{a_2}$

განტოლებები

- უცნობის (ერთი ან რამდენიმე) შემცველ ტოლობას განტოლება ეწოდება.
- უცნობის (უცნობების) იმ მნიშვნელობას, რომელიც განტოლებას გადააქცევს სწორ რიცხვით ტოლობად, განტოლების ფესვი ან ამონახსნი ეწოდება.
- ამოვხსნათ განტოლება ნიშნავს, ვიპოვოთ მისი ყველა ამონახსნი, ან დავამტკიცოთ, რომ განტოლებას ფესვები არ აქვს.
- თუ $f(x)=0$ განტოლებაში: ა) $f(x)$ მთელი გამოსახულებაა, განტოლებას მთელი განტოლება ჰქვია; ბ) $f(x)$ რაციონალური გამოსახულებაა, მას რაციონალური განტოლება ეწოდება.

განტოლება

მთელი: $3x^2+5=x-7;$

რაციონალური: $\frac{x-5}{3x}=x^2+1;\quad \frac{x}{x-7}=\frac{2x+1}{x-1}.$

- განტოლებებს ეწოდებათ ტოლფასი, თუ მათი ამონახსნთა სიმრავლეები ტოლია.

განტოლების თვისებები:

1. თუ განტოლების ერთი მხრიდან მეორეში გადავიტანთ წევრს მოპირდაპირე ნიშნით, მივიღებთ მოცემულის ტოლფას განტოლებას;
2. თუ განტოლების ორივე მხარეს გავამრავლებთ ნულის არატოლ რიცხვზე, მივიღებთ მოცემულის ტოლფას განტოლებას;
3. $ax=b$ სახის განტოლებას, სადაც $a;b\in R$ და x უცნობია, წრფივი ერთუცნობიანი განტოლება ეწოდება.

$ax=b$

$a\neq0$: $x=\frac{b}{a}$

$a=b=0$: $x\in R$

$a=0, b\neq0$: $x\in\varnothing$

რაციონალური განტოლება:

განტოლება ტოლფასი გარდაქმნებით შესაძლებელია მივიყვანოთ $\frac{A}{B}=0$ სახემდე.

$$\frac{A}{B}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=0 \\ B\neq0 \end{cases}.$$

უტოლობა

- a რიცხვი მეტია b რიცხვზე, თუ $a-b>0$ და $a<b$, თუ $a-b<0$.
- $>$ ან $<$ ნიშნებით შედგენილ უტოლობას მკაცრი უტოლობა ეწოდება, ხოლო $\geq$ ან $\leq$ ნიშნებით შედგენილ უტოლობას არამკაცრ უტოლობას უწოდებენ.
- **უტოლობის თვისებები:**

ა) თუ $a>b$, მაშინ $b<a$; თუ $a<b$, მაშინ $b>a$;

ბ) თუ $a>b$, $b>c$, მაშინ $a>c$;

გ) თუ $a>b$ და $c\in R$, მაშინ $a+c>b+c$ $\quad \begin{array}{|l} a>b \;|+c \\ a+c>b+c \end{array}$

დ) თუ $a>b \;|\cdot c,\ c>0;$ $\quad ac>bc;$ $\qquad a>b \;|\cdot c,\ c<0$ $\quad ac<bc;$

ე) $\begin{array}{r} + \begin{array}{l} a>b \\ c>d \end{array} \\ \hline a+c>b+d \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} - \begin{array}{l} a>b \\ c<d \end{array} \\ \hline a-c>b-d \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} + \begin{array}{l} a\geq b \\ c>d \end{array} \\ \hline a+c>b+d \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} - \begin{array}{l} a\geq b \\ c\leq d \end{array} \\ \hline a-c\geq b-d \end{array}$

ვ) $\begin{array}{r} \times \begin{array}{l} a>b \\ c>d \end{array} \\ \hline ac>bd \end{array}$, თუ $b,d>0$

ზ) $a>b>0$, მაშინ $a^n>b^n$ და $\sqrt{a}>\sqrt{b}$;

თ) $a>b$ და $ab>0$, მაშინ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$;

ი) $\begin{array}{r} : \begin{array}{l} a>b \\ c<d \end{array} \\ \hline \frac{a}{c}>\frac{b}{d} \end{array}$, თუ $b;\ c>0$

პროცენტი

- პროცენტი რიცხვის ჩაწერის ერთ-ერთი ფორმაა.

$1\%=\frac{1}{100}=0{,}01;\ \ 5\%=\frac{5}{100}=0{,}05;\ 0{,}7\%=\frac{0{,}7}{100}=\frac{7}{1000}=0{,}007.$

$$\boxed{a\%=\frac{a}{100}}$$

$\frac{2}{100}=\frac{2}{100}\cdot100\%=2\%;\ \ \frac{3}{7}=\frac{3}{7}\cdot100\%=\frac{300}{7}\%;\ \ 5=5\cdot100\%=500\%.$

- რიცხვის პროცენტის პოვნა:

a-ს $p\%=a\cdot\frac{p}{100}$; $\quad|\quad$ 10-ის $2\%=10\cdot\frac{2}{100}=\frac{1}{5}$.

- რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მიხედვით:

  x-ის p%=b $\Rightarrow$ x=b:$\frac{p}{100}$

  x=$\frac{b\cdot 100}{p}$

- ორი რიცხვის პროცენტული შეფარდება:

  a რიცხვის რა პროცენტია b რიცხვი?

  a-ს x%=b.

  x=$\frac{b}{a}\cdot$100%.

  ე. ი.

  თუ a-ს p%=b მაშინ:

1. b=$\frac{ap}{100}$	2. a=b$\cdot\frac{100}{p}$	3. p%=$\frac{b}{a}\cdot$100%.

ფუნქცია

- X და Y სიმრავლეებს შორის შესაბამისობას, როცა X სიმრავლის ყოველ ელემენტს შეესაბამება Y სიმრავლის ერთადერთი ელემენტი, ფუნქცია ეწოდება.
- ფუნქციას, რომელიც ორ სიმრავლეს შორის შესაბამისობას f წესით ამყარებს, შემდეგი ფორმულით გამოსახავენ: y=f(x), სადაც x დამოუკიდებელი ცვლადია, y დამოკიდებული ცვლადი, ხოლო f არის შესაბამისობის წესი, რომლითაც x ელემენტს შეესაბამება y ელემენტი.
- მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყის ყველა (x; f(x)) წერტილის სიმრავლეს y=f(x) ფუნქციის გრაფიკი ეწოდება.
- თუ (a;b) წერტილი მდებარეობს y=f(x) ფუნქციის გრაფიკზე, მაშინ შესრულდება b=f(a).
- მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში მოცემული წირი რომ რაიმე ფუნქციის გრაფიკი იყოს, y ღერძის პარალელური, ნებისმიერი წრფე მას არაუმეტეს ერთ წერტილში უნდა კვეთდეს.
- y=kx+b სახის ფუნქციას, სადაც k,b∈R, x – დამოუკიდებელი ცვლადია, წრფივი ფუნქცია ეწოდება. წრფივი ფუნქციის გრაფიკი წრფეა.
- y=kx, k≠0 ფორმულით მოცემული წრფივ ფუნქციას (b=0), პირდაპირპროპორციულობას უწოდებენ.

სტატისტიკა და ალბათობათა თეორია

- რიცხვთა $x_1, x_2, \ldots x_n$ ერთობლიობას, რომელიც რაიმე მოვლენის n-ჯერ დაკვირვების შედეგადაა მიღებული, n მოცულობის ამონარჩევი ეწოდება. თუ ამ რიცხვებს ზრდის მიხედვით დავალაგებთ, მაშინ რიცხვთა მიღებულ მწკრივს ვარიაციული მწკრივი ეწოდება.

- რიცხვს, რამდენჯერაც მეორდება ვარიანტი, ამ **ვარიანტის სიხშირე** ეწოდება, ხოლო მონაცემის სიხშირის შეფარდებას მონაცემთა რაოდენობასთან მონაცემის ფარდობით სიხშირეს უწოდებენ.

  (1) 4, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 9 – ვარიაციული მწკრივია.

  (1)-ის სიხშირეთა და ფარდობით სიხშირეთა განაწილების ცხრილია:

მონაცემი	4	5	6	7	9	ჯამი
სიხშირე	1	1	3	4	1	10
ფარდობითი სიხშირე	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

- შერჩევითი რიცხვითი მახასიათებლები:

  მონაცემთა საშუალო ტოლია ამ მონაცემთა ჯამის მათსავე რაოდენობასთან შეფარდების.

  მოდა ის მონაცემია, რომელიც ყველაზე ხშირად მეორდება. შესაძლებელია ვარიაციულ მწკრივს გააჩნდეს ორი მოდა ან სულაც არ ჰქონდეს მოდა.

  მედიანა არის ვარიაციული მწკრივის შუა (წევრების რაოდენობა კენტია) წევრი, ან შუა ორი წევრის (წევრების რაოდენობა ლუწია) საშუალო არითმეტიკული.

  (1) 4, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 9;   (2) 2, 5, 7, 7, 8, 8, 9.

  $\frac{6+7}{2}=6,5$ ← მედიანა →

  (1) მწკრივისთვის:

  საშუალოა $\frac{4+5+6\cdot3+7\cdot4+9}{10}=6,4$

  მოდა: „7“ – სიხშირეა 4

  მონაცემთა უდიდეს და უმცირეს წევრებს შორის სხვაობას დიაპაზონი ეწოდება

  დიაპაზონია 9–4=5

- მონაცემთა თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად იყენებენ სხვადასხვა დიაგრამებს: სვეტოვანს, წრიულს, ჰისტოგრამას, წერტილოვანს...

ალბათობათა თეორიის ელემენტები:

ცდის ან დაკვირვების შესაძლო შედეგს ელემენტარული ხდომილობა ეწოდება, ხოლო მათ ერთობლიობას ელემენტარული ხდომილობათა სივრცე.

ცდა: ვაგორებთ კამათელს

კამათლის გაგორებისას ერთიანის მოსვლა – {1} ელემენტარული ხდომილობაა. ლუწი რიცხვის მოსვლა – {2; 4; 6} – რთული ხდომილობა (ხდომილობა). {1; 2; 3; 4; 5; 6} – ელემენტარული ხდომილობათა სივრცეა.

- იმ შედეგს, რომლის დროსაც ხორციელდება ჩვენთვის სასურველი ხდომილობა, ხელშემწყობი შედეგი ეწოდება.
- ცდის ან დაკვირვების შედეგს, რომელიც მოცემულ პირობებში შესაძლოა განხორციელდეს ან არ განხორციელდეს, შემთხვევითი ხდომილობა ეწოდება.

მაგალითად, მონეტის აგდებისას იგი დაეცემა საფასურით თუ ბორჯღალით, წინასწარ ვერ განვსაზღვრავთ.

- შემთხვევითი ხდომილობის განხორციელების შანსი, ალბათობა, შესაძლებელია შევაფასოთ, თუ ჩავატარებთ ძალიან ბევრ ცდას. ასეთ შემთხვევაში რაიმე A ხდომილობის ფარდობითი სიხშირე, $f_n(A)$, სადაც n-ცდათა რაოდენობას აღნიშნავს, ზომავს A ხდომილობის ალბათობას

$$f_n(A) \approx P(A)$$

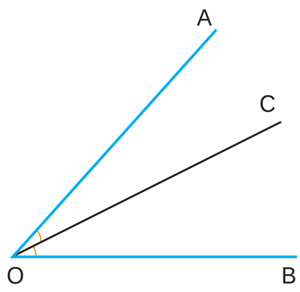
P(A) – ხდომილობის ალბათობაა.

- ხდომილობა, რომელიც მოცემულ პირობებში აუცილებლად განხორციელდება, **აუცილებელი ხდომილობაა,** ხოლო ხდომილობა, რომელიც მოცემულ პირობებში ვერ განხორციელდება, შეუძლებელი ხდომილობაა. ამიტომ აუცილებელი ხდომილობის მოსვლის შანსი, ალბათობა, იქნება 1, ხოლო შეუძლებელის – 0.
- A ხდომილობის საწინააღმდეგო ხდომილობა ნიშნავს მოცემული ხდომილობის არ მოხდენას, აღინიშნება $\overline{A}$-ით.

A – „ბორჯღალოს მოსვლა“; $\overline{A}$ – „გერბის მოსვლა“.

უმარტივესი გეომეტრიული ფიგურები

- ნებისმიერ ორ წერტილზე შესაძლებელია გავატაროთ წრფე და მასთან, მხოლოდ ერთი.
- ნებისმიერ ორ გადამკვეთ წრფეს მხოლოდ ერთი საერთო წერტილი აქვს.



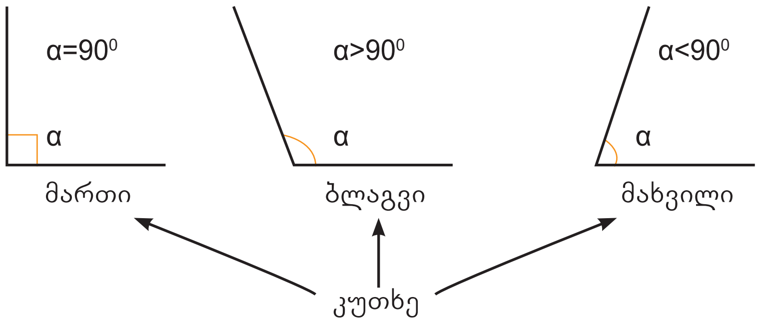
- თუ C წერტილი AB მონაკვეთის შიგა წერტილია, მაშინ სრულდება:

$$AB=AC+BC$$

- სიბრტყის ნებისმიერი სამი A, B, C წერტილისთვის სრულდება:

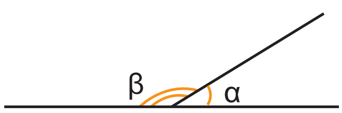
$$AC-BC\le AB\le AC+BC$$

- სხივს, რომლის სათავე კუთხის წვეროა და რომელიც კუთხეს ორ ტოლ კუთხედ ყოფს, ამ კუთხის ბისექტრისა ეწოდება.

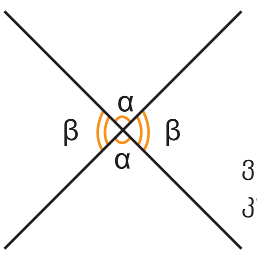


- თუ OC სხივი AOB კუთხეს ყოფს ორ, AOC და COB კუთხეებად, მაშინ

$\angle AOB=\angle AOC+\angle COB$

- 

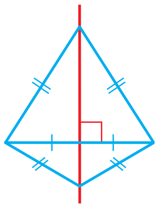
მოსაზღვრე კუთხეები
$\alpha+\beta=180^0$



ვერტიკალური კუთხეები ტოლია

კუთხის ბისექტრისის თვისება

- კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხის გვერდებიდან თანაბრად დაშორებულ წერტილთა გეომეტრიული ადგილია.

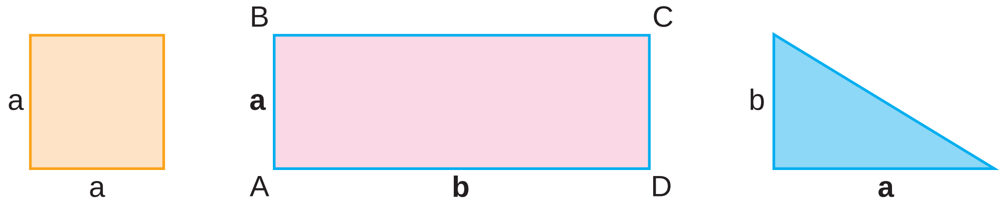


მონაკვეთის შუამართობი

- მონაკვეთის ბოლოებიდან თანაბრად დაშორებულ წერტილთა გეომეტრიული ადგილია ამ მონაკვეთის შუამართობი.

ფართობის თვისებები

- ფიგურის ფართობი არაუარყოფითი რიცხვია.
- ტოლი ფიგურების ფართობები ტოლია.
- ფიგურის ფართობი მისი არათანამკვეთი ნაწილების ფართობთა ჯამის ტოლია.
- ფართობის ერთეულად მიღებულია ერთეულოვანი კვადრატის (კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძე ერთი ერთეულია) ფართობი.

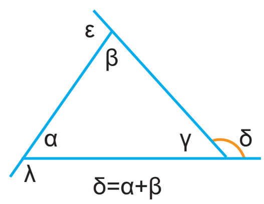


$S=a^2$ $S_{ABCD}=ab$ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab$

სამკუთხედი

სამკუთხედის უტოლობა

- სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდის სიგრძე ნაკლებია დანარჩენი ორი გვერდის სიგრძეთა ჯამზე და მეტია ამ გვერდების სხვაობაზე $AC-BC<AB<AC+BC$.
- სამკუთხედის გარე კუთხე მისი არამოსაზღვრე შიგა კუთხეების ჯამის ტოლია.



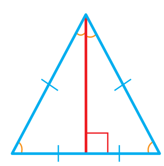
$\delta=\alpha+\beta$

$\alpha+\beta+\gamma=180^0$

$\delta+\lambda+\varepsilon=360^0$

ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები, სამკუთხედის ტოლფერდობის ნიშნები

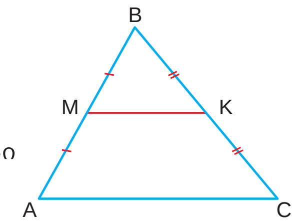
- ტოლფერდა სამკუთხედში წვეროდან დაშვებული სიმაღლე, მედიანა და ბისექტრისა ერთმანეთს ემთხვევა.
- ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია.

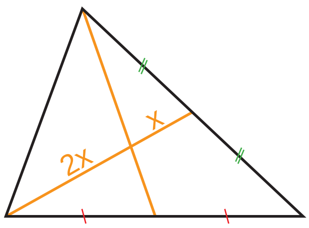


- სამკუთხედი ტოლფერდაა, თუ სრულდება ერთ-ერთი შემდეგი პირობა:
  ა) ორი კუთხე ტოლია;
  ბ) ერთი წვეროდან გავლებული მედიანა და სიმაღლე ემთხვევა ერთმანეთს;
  გ) ერთი წვეროდან გავლებული სიმაღლე და ბისექტრისა ემთხვევა ერთმანეთს;
  დ) ერთი წვეროდან გავლებული ბისექტრისა და მედიანა ემთხვევა ერთმანეთს.

- სამკუთხედის ორი გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელ მონაკვეთს სამკუთხედის შუახაზი ეწოდება.

  სამკუთხედის შუახაზი მოპირდაპირე გვერდის პარალელურია და მისი ნახევარია.

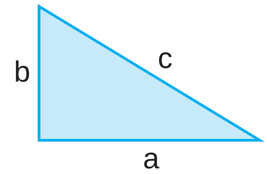




- სამკუთხედის მედიანები გადაკვეთის წერტილით იყოფა 2:1 შეფარდებით წვეროს მხრიდან.

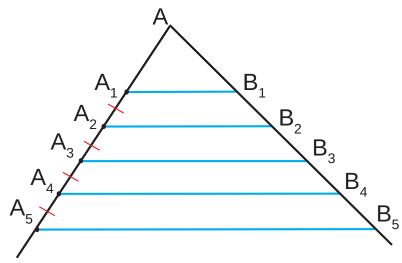
პითაგორას თეორემა

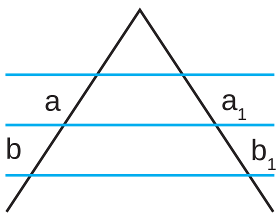
მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების კვადრატების ჯამი ჰიპოტენუზის კვადრატის ტოლია: $a^2+b^2=c^2$.



თალესის თეორემა

თუ კუთხის გვერდების გადამკვეთი პარალელური წრფეები მის ერთ გვერდზე ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს, მაშინ ეს წრფეები მეორე გვერდზეც ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს.





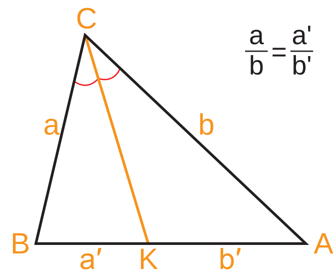
$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}$ $\frac{a}{a+b}=\frac{a_1}{a_1+b_1}$

თეორემა პროპორციული მონაკვეთების შესახებ

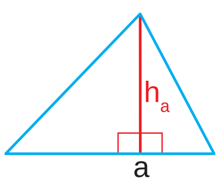
თუ კუთხის გვერდები გადაკვეთილია პარალელური წრფეებით, მაშინ მათზე მიღებული შესაბამისი მონაკვეთები პროპორციულია.

სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება

სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს ამ კუთხის მიმდებარე გვერდების პროპორციულ ნაწილებად ყოფს.



$\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$



$S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$

- სამკუთხედის ფართობი ფუძისა და სიმაღლის ნამრავლის ნახევრის ტოლია.

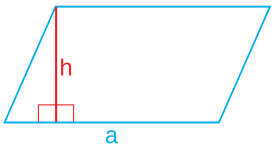
პარალელოგრამი

პარალელოგრამის თვისებები

- ოთხკუთხედს, რომლის მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად პარალელურია, პარალელოგრამი ეწოდება.
  1) პარალელოგრამში მოპირდაპირე გვერდები ტოლია.
  2) პარალელოგრამში მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია.
  3) პარალელოგრამში ნებისმიერ გვერდთან მდებარე კუთხეების ჯამი 180^0-ია.
  4) პარალელოგრამის დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფა.

პარალელოგრამის ნიშნები

- თუ ოთხკუთხედში დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფა, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.
- თუ ოთხკუთხედში ორი მოპირდაპირე გვერდი ტოლია და პარალელურია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.
- თუ ოთხკუთხედში მოპირდაპირე კუთხეები წყვილ-წყვილად ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.



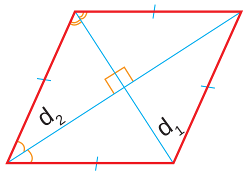
$S=a\cdot h$

- თუ ოთხკუთხედში მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

პარალელოგრამის ფართობი ფუძისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია.

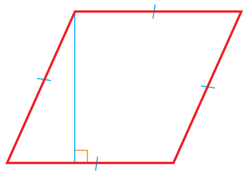
რომბი

- რომბში დიაგონალები მართი კუთხით გადაიკვეთება.
- რომბის დიაგონალები მისი კუთხეების ბისექტრისებია.



რომბის ნიშნები

- თუ პარალელოგრამში დიაგონალები მართობულია, მაშინ ეს პარალელოგრამი რომბია.
- თუ პარალელოგრამის დიაგონალი ამავე დროს მისი კუთხის ბისექტრისაა, მაშინ ეს პარალელოგრამი რომბია.



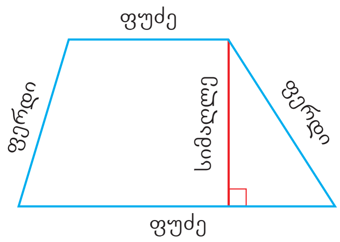
რომბის ფართობი ტოლია

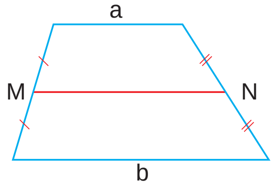
$S=ah.$

$S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2$

ტრაპეცია

- ოთხკუთხედს, რომლის ორი გვერდი პარალელურია, ხოლო დანარჩენი ორი გვერდი არ არის პარალელური, ტრაპეცია ეწოდება.
- ტრაპეციის შუახაზი ფუძეების პარალელურია და მისი სიგრძე ფუძეების სიგრძეების ნახევარჯამს უდრის.
- ტრაპეციას ეწოდება ტოლფერდა, თუ მისი ფერდები ერთმანეთის ტოლია.





$MN=\frac{a+b}{2}$

- ტოლფერდა ტრაპეციაში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია; დიაგონალები ტოლია.
- ტრაპეციის ფართობი გამოითვლება ფორმულით $S_{ტრ}=\frac{a+b}{2}\cdot h$, სადაც h სიმაღლეა, ხოლო a და b ფუძეების სიგრძეებია.